

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2016-2017

Prova scritta in aula del 16.03.2018

Parte II - Testo I

CdS Edilizia ☐

CdS AdC ☐

CdS SdA ☐

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti.

Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere mediante il Principio dei Lavori Virtuali (PLV) la struttura iperstatica riportata in Figura, assumendo, come incognita iperstatica, il momento flettente sull'appoggio di continuità B , M_B .

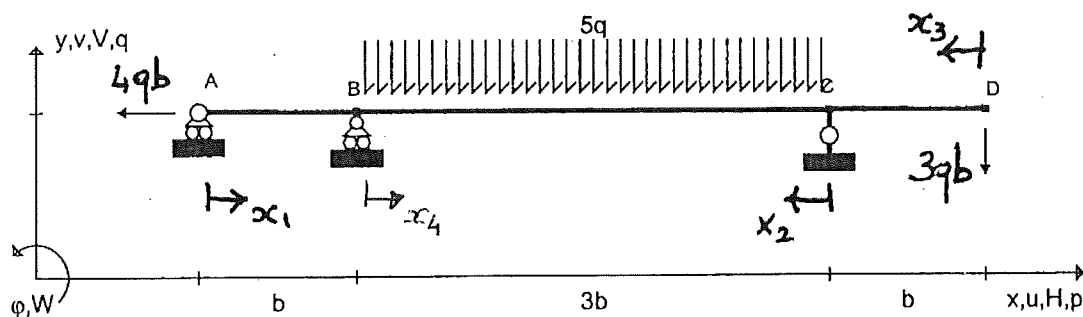
Dopo avere determinato l'iperstatica *tenendo conto solo della deformabilità flessionale*, calcolare le reazioni vincolari, le azioni interne e tracciare nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.

Calcolare infine, riapplicando il PLV, lo spostamento verticale del punto D , v_D .

Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 16.03.18*001



Esercizio n. 2 (7 punti)

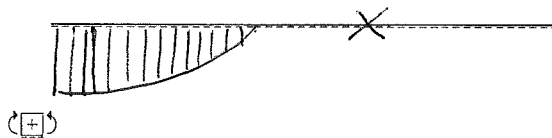
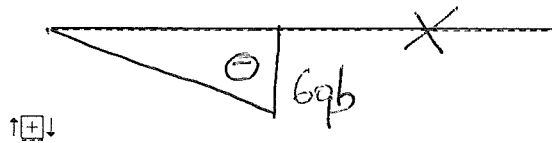
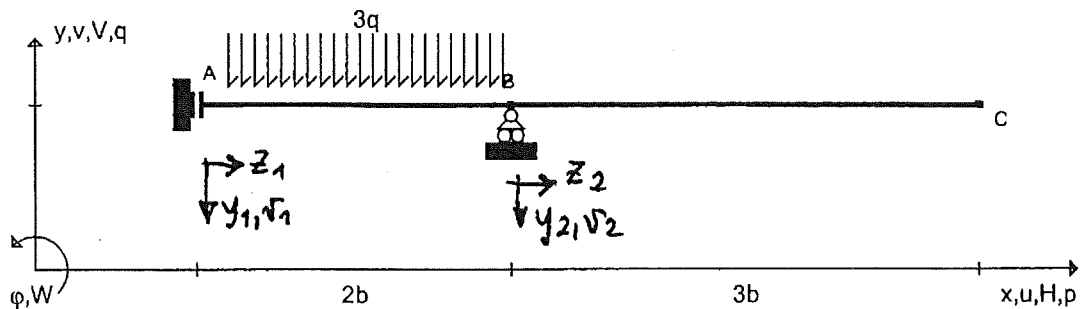
Per la struttura *isostatica*, indicata in Figura, determinare le reazioni vincolari e l'espressione delle azioni interne, nonché le condizioni al contorno imposte dai vincoli nei punti *A*, *B* e *C*.

Utilizzare quindi l'equazione della linea elastica per determinare:

1. La deformata della linea d'asse, $v(z) = v_1(z_1) \cup v_2(z_2)$;
2. La sua derivata prima, $v'(z) = v_1'(z_1) \cup v_2'(z_2)$;
3. Lo spostamento verticale del punto *A*, v_A ;
4. La rotazione del punto *C*, θ_C .

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 16.03.18*001



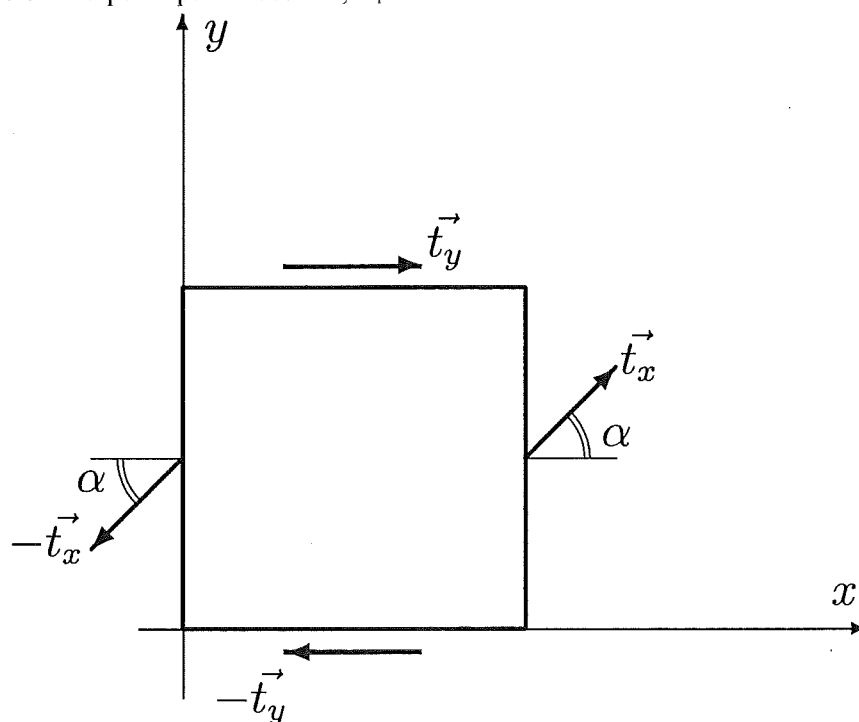
$$\begin{aligned}
 H_A (\Rightarrow) &= 0; \quad M_A (\curvearrowright) = -6qb^2; \quad V_B (\uparrow) = 6qb; \\
 N_{AB} &= 0; \quad T_{AB} = -3qz_1; \quad M_{AB} = 6qb^2 - \frac{3}{2}qz_1^2; \\
 N_{BC} &= 0; \quad T_{BC} = 0; \quad M_{BC} = 0; \\
 \text{c.c in A} &= v_1'(z_1=0) = 0; \quad \text{c.c in B} = \begin{cases} v_1(z_1=2b) = v_2(z_2=0) = 0 \\ v_1'(z_1=2b) = v_2'(z_2=0) \end{cases}; \\
 \text{c.c in C} &= \text{---}; \\
 v_1(z_1) &= \frac{10qb^4}{EI} - \frac{3qb^2z_1^2}{EI} + \frac{1}{8} \frac{qz_1^4}{EI}; \quad v_1'(z_1) = -\frac{6qb^2z_1}{EI} + \frac{1}{2} \frac{qz_1^3}{EI}; \\
 v_2(z_2) &= -\frac{8qb^3z_2}{EI}; \quad v_2'(z_2) = -\frac{8qb^3}{EI}; \\
 v_A &= +10 \frac{qb^4}{EI} (\downarrow); \quad \theta_C = -\frac{8qb^3}{EI} (\curvearrowleft);
 \end{aligned}$$

Esercizio n. 3 (9 punti)

Un elemento di materiale *in condizioni di equilibrio* è soggetto lungo le facce aventi come normali gli assi x e y ai vettori sforzo (piani) \vec{t}_x e \vec{t}_y , rispettivamente; di questi \vec{t}_x è inclinato rispetto all'asse x di un angolo $\alpha = 30^\circ$ (sicché $\sin \alpha = 1/2$; $\cos \alpha = \sqrt{3}/2$) e ha modulo di valore $|\vec{t}_x| = 85\sqrt{3}$ MPa. L'altro vettore sforzo, \vec{t}_y , è invece *orizzontale*, come indicato in Figura.

Si chiede di determinare le componenti σ_x , σ_y e τ_{xy} del tensore degli sforzi, costruire il cerchio di Mohr, determinare gli sforzi principali, σ_1 e σ_2 , e la massima tensione tangenziale, τ_{max} .

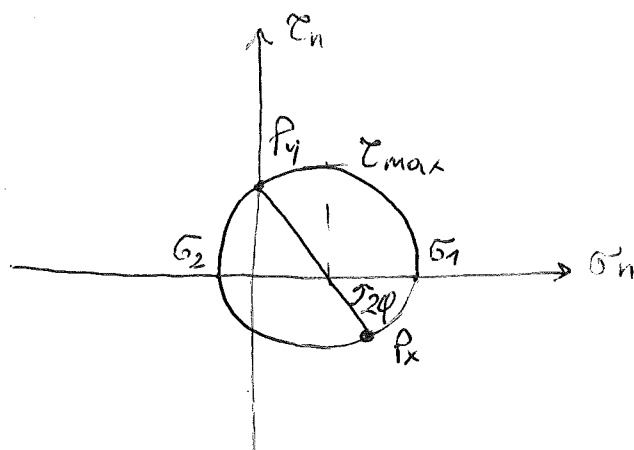
Determinare inoltre quanto vale l'angolo φ formato dall'asse x e dall'asse normale alla faccia sulla quale agisce lo sforzo principale massimo, σ_1 .



$$\sigma_x = \dots 127,5000 \dots \text{ (MPa)}; \sigma_y = \dots 0,0000 \dots \text{ (MPa)}; \tau_{xy} = \dots 73,6122 \dots \text{ (MPa)};$$

$$\sigma_1 = \dots 161,1297 \dots \text{ (MPa)}; \sigma_2 = \dots -33,6297 \dots \text{ (MPa)}; \tau_{max} = \dots 97,3797 \dots \text{ (MPa)};$$

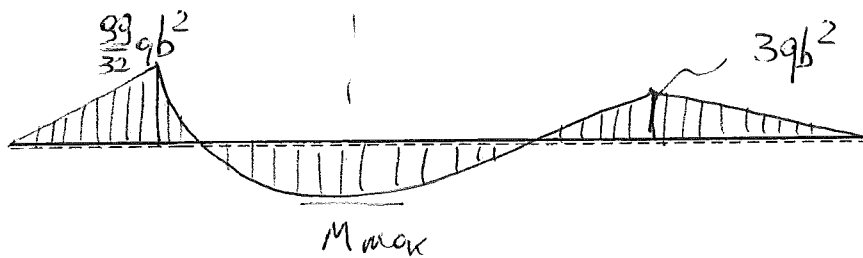
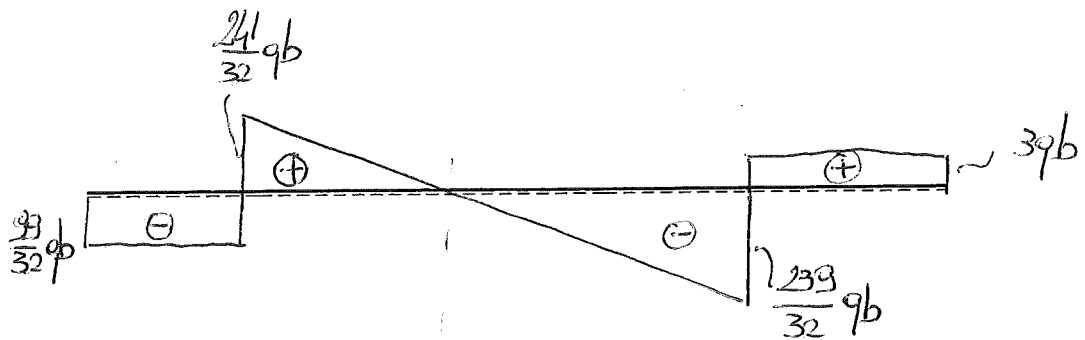
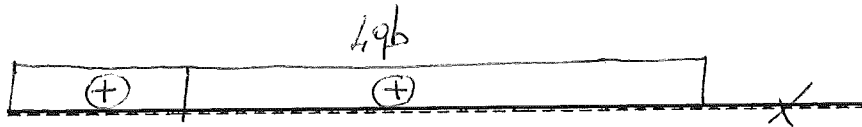
cerchio di Mohr:



$$P_x = (127,5000; -73,6122)$$

$$P_y = (0,0000; +73,6122)$$

$$\varphi = \dots 24,5533 \dots (^\circ);$$



| | | | |
|---|--|---|--|
| $V_A(\uparrow) = -\frac{99}{32}qb; V_B(\uparrow) = \frac{85}{8}qb; H_C(\Rightarrow) = 4qb; V_C(\uparrow) = \frac{335}{32}qb; M_B(\square) = -\frac{49}{32}qb^2$ | | | |
| $N_{AB} = 4qb$ | $T_{AB} = -\frac{99}{32}qb$ | $M_{AB} = -\frac{99}{32}qb^2$ | |
| $N_{CB} = 4qb$ | $T_{CB} = \begin{cases} -\frac{239}{32}qb + 5qx_2 \\ \frac{241}{32}qb - 5qx_4 \end{cases}$ | $M_{CB} = \begin{cases} -3qb^2 + \frac{239}{32}qb^2x_2 - \frac{5}{2}qx_2^2 \\ -\frac{99}{32}qb^2 + \frac{241}{32}qb^2x_4 - \frac{5}{2}qx_4^2 \end{cases}$ | |
| $N_{DC} = 0$ | $T_{DC} = 39b$ | $M_{DC} = -39b^2$ | |
| $v_D = \frac{5}{64} \frac{qb^4}{EI} (\uparrow)$ | | | |

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2016-2017

Prova scritta in aula del 16.03.2018

Parte II - Testo 2

CdS Edilizia ☐

CdS AdC ☐

CdS SdA ☐

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti.

Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere mediante il Principio dei Lavori Virtuali (PLV) la struttura iperstatica riportata in Figura, assumendo, come incognita iperstatica, il momento flettente sull'appoggio di continuità B , M_B .

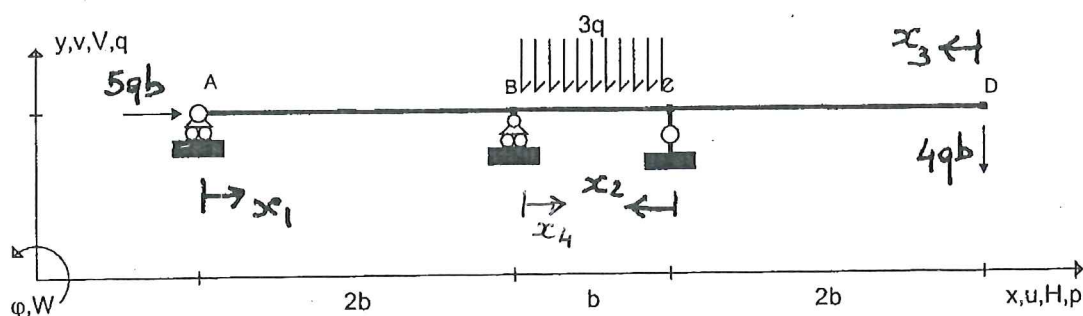
Dopo avere determinato l'iperstatica *tenendo conto solo della deformabilità flessionale*, calcolare le reazioni vincolari, le azioni interne e tracciare nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.

Calcolare infine, riapplicando il PLV, lo spostamento verticale del punto D , v_D .

Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Università' di Cagliari

SdC_SdA 16.03.18*002



Esercizio n. 2 (7 punti)

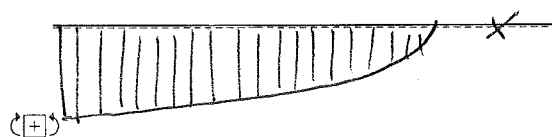
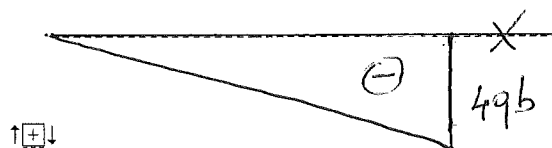
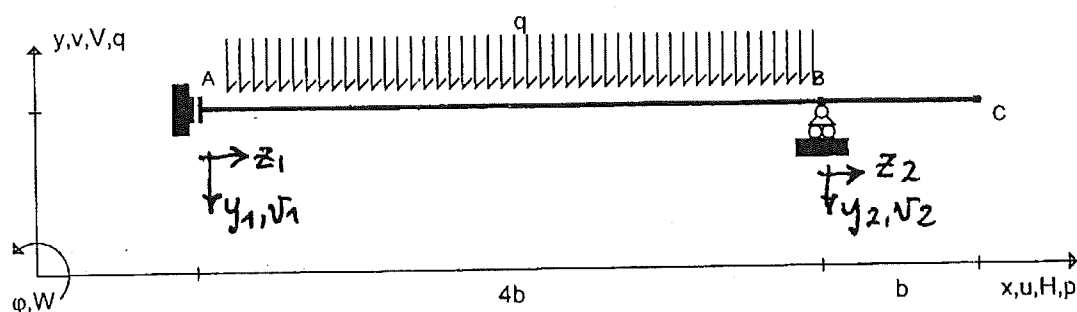
Per la struttura *isostatica*, indicata in Figura, determinare le reazioni vincolari e l'espressione delle azioni interne, nonché le condizioni al contorno imposte dai vincoli nei punti *A*, *B* e *C*.

Utilizzare quindi l'equazione della linea elastica per determinare:

1. La deformata della linea d'asse, $v(z) = v_1(z_1) \cup v_2(z_2)$;
2. La sua derivata prima, $v'(z) = v_1'(z_1) \cup v_2'(z_2)$;
3. Lo spostamento verticale del punto *A*, v_A ;
4. La rotazione del punto *C*, θ_C .

Università' di Cagliari

SdC_SdA 16.03.18*002



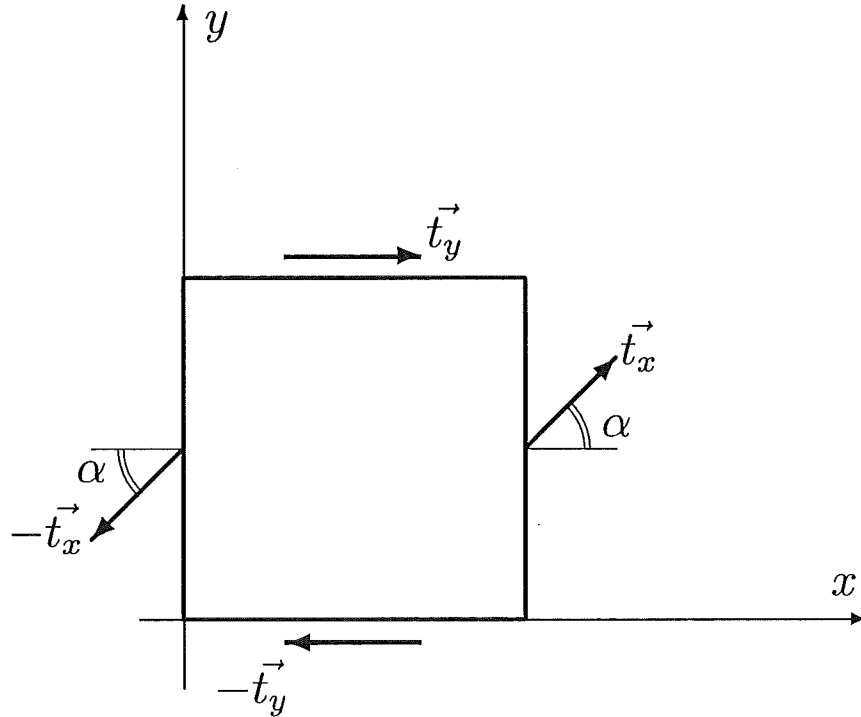
$$\begin{aligned}
 H_A (\Rightarrow) &= 0; \quad M_A (\curvearrowright) = -8qb^2; \quad V_B (\uparrow) = +4qb; \\
 N_{AB} &= 0; \quad T_{AB} = -qz_1; \quad M_{AB} = 8qb^2 - \frac{1}{2}qz_1^2; \\
 N_{BC} &= 0; \quad T_{BC} = 0; \quad M_{BC} = 0; \\
 \text{c.c in A} &= v_1'(z_1=0) = 0; \quad \text{c.c in B} = \begin{cases} v_1(z_1=4b) = v_2(z_2=0) = 0 \\ v_1'(z_1=4b) = v_2'(z_2=0) \end{cases}; \\
 \text{c.c in C} &= \text{free end}; \\
 v_1(z_1) &= \frac{160qb^4}{3EI} - \frac{4qb^2z_1^2}{EI} + \frac{1}{24}qz_1^4; \quad v_1'(z_1) = -\frac{8qb^2z_1}{EI} + \frac{1}{6}qz_1^3; \\
 v_2(z_2) &= -\frac{64qb^3z_2}{3EI}; \quad v_2'(z_2) = -\frac{64qb^3}{3EI}; \\
 v_A &= +\frac{160qb^4}{3EI} (\downarrow); \quad \theta_C = -\frac{64qb^3}{3EI} (\searrow)
 \end{aligned}$$

Esercizio n. 3 (9 punti)

Un elemento di materiale *in condizioni di equilibrio* è soggetto lungo le facce aventi come normali gli assi x e y ai vettori sforzo (piani) \vec{t}_x e \vec{t}_y rispettivamente; di questi \vec{t}_x è inclinato rispetto all'asse x di un angolo $\alpha = 30^\circ$ (sicché $\sin \alpha = 1/2$; $\cos \alpha = \sqrt{3}/2$) e ha modulo di valore $|\vec{t}_x| = 105\sqrt{3}$ MPa. L'altro vettore sforzo, \vec{t}_y , è invece *orizzontale*, come indicato in Figura.

Si chiede di determinare le componenti σ_x , σ_y e τ_{xy} del tensore degli sforzi, costruire il cerchio di Mohr, determinare gli sforzi principali, σ_1 e σ_2 , e la massima tensione tangenziale, τ_{max} .

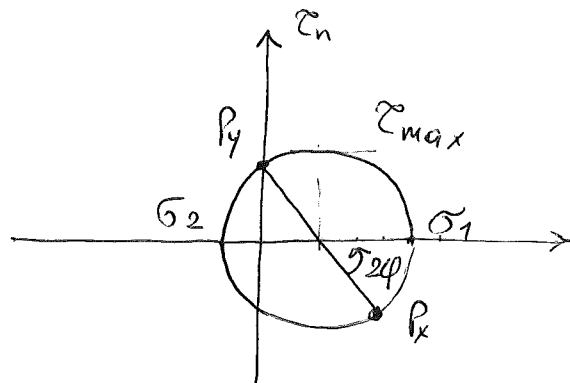
Determinare inoltre quanto vale l'angolo φ formato dall'asse x e dall'asse normale alla faccia sulla quale agisce lo sforzo principale massimo, σ_1 .



$$\sigma_x = \dots 157.5000 \dots \text{ (MPa)}; \sigma_y = \dots 0.0000 \dots \text{ (MPa)}; \tau_{xy} = \dots 90.9327 \dots \text{ (MPa)};$$

$$\sigma_1 = \dots 199.0426 \dots \text{ (MPa)}; \sigma_2 = \dots -41.5426 \dots \text{ (MPa)}; \tau_{max} = \dots 120.2926 \dots \text{ (MPa)};$$

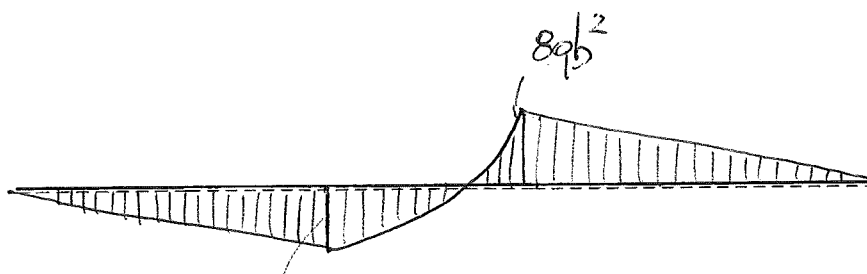
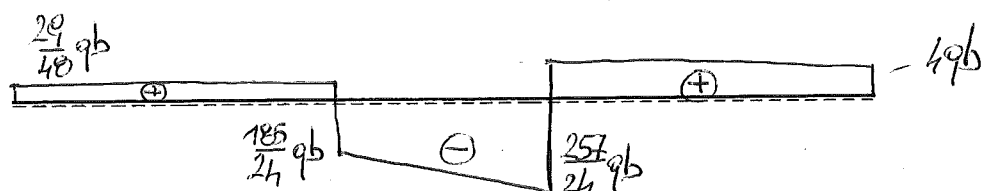
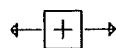
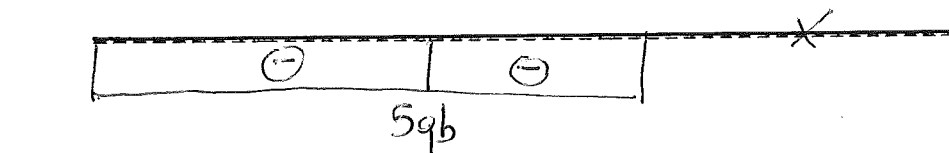
cerchio di Mohr:



$$P_x = (157.5000, -90.9327)$$

$$P_y = (0.0000, +90.9327)$$

$$\varphi = \dots 24.5533 \dots (^\circ);$$



$$\begin{aligned}
 V_A (\uparrow) &= \frac{29}{40} qb; & V_B (\uparrow) &= -\frac{133}{16} qb; & H_C (\Rightarrow) &= -5qb; & V_C (\uparrow) &= \frac{353}{24} qb; & M_B (\curvearrowright) &= +\frac{29}{24} qb^2 \\
 N_{AB} &= -5qb; & T_{AB} &= \frac{29}{40} qb; & M_{AB} &= \frac{29}{40} qb^2; & N_{CB} &= -5qb; & T_{CB} &= \int -\frac{257}{24} qb + 3qx_2 \\
 & & & & & & & & & = -\frac{185}{24} qb - 3qx_4; & M_{CB} &= \int -8qb^2 + \frac{257}{24} qbx_2 - \frac{3}{2} qx_2^2 \\
 & & & & & & & & & = \frac{29}{24} qb^2 - \frac{185}{24} qbx_4 - \frac{3}{2} qx_4^2; & N_{DC} &= 0; & T_{DC} &= +4qb; & M_{DC} &= -4qb^2x_3; \\
 v_D &= -\frac{1105}{72} \frac{qb^4}{EI} \quad (1)
 \end{aligned}$$